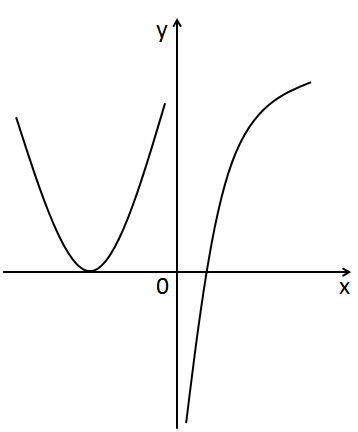
**2015年全国硕士研究生入学统一考试数学（一）试题解析**

**一、选择题:18小题,每小题4分,共32分.下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求的,请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.**

(1)设函数在内连续，其中二阶导数的图形如图所示，则曲线的拐点的个数为 ( )

(A)  (B)  (C)  (D) 

【答案】（C）

【解析】拐点出现在二阶导数等于0，或二阶导数不存在的点，并且在这点的左右两侧二阶导函数异号.因此，由的图形可得，曲线存在两个拐点.故选（C）.

(2)设是二阶常系数非齐次线性微分方程的一个特解，则( )

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

【答案】（A）

【分析】此题考查二阶常系数非齐次线性微分方程的反问题——已知解来确定微分方程的系数，此类题有两种解法，一种是将特解代入原方程，然后比较等式两边的系数可得待估系数值，另一种是根据二阶线性微分方程解的性质和结构来求解，也就是下面演示的解法.

【解析】由题意可知，、为二阶常系数齐次微分方程的解，所以2,1为特征方程的根，从而，，从而原方程变为，再将特解代入得.故选（A）

(3) 若级数条件收敛，则 与依次为幂级数的 ( )

(A) 收敛点，收敛点

(B) 收敛点，发散点

(C) 发散点，收敛点

(D) 发散点，发散点

【答案】（B）

【分析】此题考查幂级数收敛半径、收敛区间，幂级数的性质.

【解析】因为条件收敛，即为幂级数的条件收敛点，所以的收敛半径为1，收敛区间为.而幂级数逐项求导不改变收敛区间，故的收敛区间还是.因而与依次为幂级数的收敛点，发散点.故选（B）.

(4) 设是第一象限由曲线，与直线，围成的平面区域，函数在上连续，则 ( )

(A) 

(B)

(C) 

(D) 

【答案】（B）



【分析】此题考查将二重积分化成极坐标系下的累次积分

【解析】先画出D的图形，

所以，

故选（B）

(5) 设矩阵，，若集合，则线性方程组有无穷多解的充分必要条件为 ( )

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

【答案】(D)

【解析】，

由，故或，同时或.故选（D）

(6)设二次型 在正交变换为 下的标准形为 ，其中 ，若 ，则在正交变换下的标准形为( )

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

【答案】(A)

【解析】由，故.

且.

由已知可得:

故有

所以.选（A）

(7) 若A,B为任意两个随机事件，则 ( )

(A)  (B) 

(C)  (D) 

【答案】(C)

【解析】由于，按概率的基本性质，我们有且，从而，选(C) .

(8)设随机变量不相关，且，则 ( )

(A)  (B)  (C)  (D) 

【答案】(D)

【解析】



，选(D) .

**二、填空题：914小题,每小题4分,共24分.请将答案写在答题纸指定位置上.**

(9) 

【答案】

【分析】此题考查型未定式极限，可直接用洛必达法则，也可以用等价无穷小替换.

【解析】方法一：

方法二：

(10) 

【答案】

【分析】此题考查定积分的计算，需要用奇偶函数在对称区间上的性质化简.

【解析】

(11)若函数由方程确定，则

【答案】

【分析】此题考查隐函数求导.

【解析】令，则



又当时，即.

所以，因而

(12)设是由平面与三个坐标平面平面所围成的空间区域，则

【答案】

【分析】此题考查三重积分的计算，可直接计算，也可以利用轮换对称性化简后再计算.

【解析】由轮换对称性，得

，

其中为平面截空间区域所得的截面，其面积为.所以

 (13) 阶行列式

【答案】

【解析】按第一行展开得





(14)设二维随机变量服从正态分布，则

【答案】 

【解析】由题设知，，而且相互独立，从而



.

**三、解答题：15～23小题,共94分.请将解答写在答题纸指定位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

(15)(本题满分10分) 设函数，，若与在是等价无穷小，求的值.

【答案】

【解析】**法一**：原式





即



**法二**：



因为分子的极限为0，则

，分子的极限为0，

，



(16)(本题满分10分) 设函数在定义域I上的导数大于零，若对任意的，由线在点处的切线与直线及轴所围成区域的面积恒为4，且，求的表达式.

【答案】.

【解析】设在点处的切线方程为：

令，得到，

故由题意，，即，可以转化为一阶微分方程，

即，可分离变量得到通解为：，

已知，得到，因此；

即.

(17)(本题满分10分)

已知函数，曲线*C*：，求在曲线*C*上的最大方向导数.

【答案】3

【解析】因为沿着梯度的方向的方向导数最大，且最大值为梯度的模.

，

故，模为，

此题目转化为对函数在约束条件下的最大值.即为条件极值问题.

为了计算简单，可以转化为对在约束条件下的最大值.

构造函数：

，得到.



所以最大值为.

(18)(本题满分 10 分)

（I）设函数可导，利用导数定义证明

（II）设函数可导，，写出的求导公式.

【解析】（I）







（II）由题意得





(19)(本题满分 10 分)

已知曲线L的方程为起点为，终点为，计算曲线积分.

【答案】

【解析】由题意假设参数方程，







(20) (本题满11分)  
 设向量组内的一个基，，，.

（I）证明向量组为的一个基;

（II）当k为何值时，存在非0向量在基与基下的坐标相同，并求所有的.

【答案】

【解析】(I)证明：





故为的一个基.

（II）由题意知，

即



即

即，得k=0





(21) (本题满分11 分)

设矩阵相似于矩阵.

1. 求的值；

（II）求可逆矩阵，使为对角矩阵..

【解析】(I) 





(II)



的特征值

时的基础解系为

时的基础解系为

A的特征值

令，



(22) (本题满分11 分) 设随机变量的概率密度为

对 进行独立重复的观测,直到2个大于3的观测值出现的停止.记为观测次数.

(I)求的概率分布;

(II)求

【解析】(I) 记为观测值大于3的概率，则，

从而，

为的概率分布；

(II) **法一:分解法:**

将随机变量分解成两个过程,其中表示从到次试验观测值大于首次发生，表示从次到第试验观测值大于首次发生.

则，(注：Ge表示几何分布)

所以.

**法二:直接计算**

记，则，

，

，

所以，

从而.

(23) (本题满分 11 分)设总体*X*的概率密度为：



其中为未知参数，为来自该总体的简单随机样本.

(I)求的矩估计量.

(II)求的最大似然估计量.

【解析】(I) ，

令，即，解得为的矩估计量；

(II) 似然函数，

当时，，则.

从而，关于单调增加，

所以为的最大似然估计量.

文档内容由经济学[**金融硕士考研**](http://jjx.gfedu.net)金程考研网[jjx.gfedu.net](http://jjx.gfedu.net) 整理发布。